

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина»
Институт математики, физики и информационных технологий
Кафедра функционального анализа

УТВЕРЖДАЮ:
Директор института математики, физики
и информационных технологий
Королева Н.Л.
«11» марта 2022 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине
«Дифференциальные уравнения и математическая физика»

Научная специальность:

1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Уровень высшего образования
подготовка кадров высшей квалификации
по программам подготовки научных и
научно-педагогических кадров в аспирантуре

Форма обучения
очная

Год набора
2022

Автор программы: Жуковский Евгений Семенович, доктор физико-математических наук, профессор

Рабочая программа составлена в соответствии с федеральными государственными требованиями к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре), условиям их реализации, срокам освоения этих программ с учетом различных форм обучения, образовательных технологий и особенностей отдельных категорий аспирантов (адъюнктов) (приказ Минобрнауки России от 20 октября 2021 г. № 951).

Рабочая программа принята на заседании кафедры функционального анализа «09» марта 2022 года Протокол № 6.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи дисциплины
2. Место дисциплины в структуре программы аспирантуры
3. Объем и содержание дисциплины
4. Контроль знаний обучающихся
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
6. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Цели и задачи дисциплины

1.1 Цель дисциплины – формирование у аспирантов углубленных теоретических знаний в области дифференциальных уравнений и математической физики, практических навыков в решении и исследовании различных типов обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, решения прикладных задач с использованием математических методов.

1.2 Задачи дисциплины:

- углубленное изучение теории обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными;
- освоение современного аппарата качественных, аналитических и вариационных методов решения уравнений математической физики и умение успешно их применять к исследованиям актуальных прикладных проблем;
- получение аспирантами основополагающих представлений об основных подходах к описанию реальных процессов и явлений;
- формирование у аспирантов систематических знаний о методах решения практических задач естествознания на основе современных математических моделей.

1.3 Требования к результатам освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины аспирант должен:

Знать:

- современное состояние и тенденции развития теории дифференциальных уравнений и математической физики;
- основные принципы исследования дифференциальных уравнений и задач математической физики;
- основные актуальные вопросы и нерешенные задачи в области дифференциальных уравнений и математической физики;
- области применения дифференциальных уравнений: связь дифференциальных уравнений с гидродинамикой, теорией упругости, акустикой, электродинамикой, с другими разделами физики и прикладными науками;

Уметь:

- находить (выбирать) наиболее эффективные (методы) решения различных типов дифференциальных уравнений и задач математической физики;
- применять современные методы решения и исследования дифференциальных уравнений и задач математической физики;

Владеть:

- навыками выбора и использования эффективных методов решения задач различной сложности в области дифференциальных уравнений и математической физики;
- навыками выбора подходящих методов решения теоретических и прикладных задач, приводящих к дифференциальным уравнениям.

2. Место дисциплины в структуре программы аспирантуры:

Дисциплина «Дифференциальные уравнения и математическая физика» относится к образовательному компоненту «Дисциплины (модули)» программы аспирантуры по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Дисциплина «Дифференциальные уравнения и математическая физика» изучается в 3 семестре.

3. Объём и содержание дисциплины

3.1 Объём дисциплины

Очная форма обучения: 4 з.е.

Вид учебной работы	Очная форма обучения (всего часов)
Общая трудоёмкость дисциплины	144
<i>Контактная работа (по учебным занятиям)</i>	32
Лекции (Л)	14
Практические (семинарские) занятия (ПЗ)	18
Лабораторные занятия (ЛЗ)	-
<i>Самостоятельная работа (СР)</i>	76
<i>Кандидатский экзамен</i>	36

3.2 Содержание дисциплины:

№ те мы	Название раздела/темы	Вид учебной работы, час. (очная форма)				Формы текущего контроля
		Л	ПЗ	ЛЗ	СР	
1.	Раздел 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения	8	9	-	36	Контрольная работа. Доклад на семинаре Выполнение индивидуальных домашних заданий
2.	Раздел 2. Уравнения с частными производными	6	9	-	40	Доклад на семинаре Выполнение индивидуальных домашних заданий

Раздел 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Лекция. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения. Общая теория линейных уравнений и систем (область существования решения, фундаментальная матрица Коши, формула Лиувилля-Остроградского, метод вариации постоянных и др.). Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы. Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина, приложение к задачам быстрогодействия для линейных систем. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи. Задача Штурма-Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона-Якоби.

Практическое занятие.

1. Определение решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Условия существования и продолжаемости решения задачи Коши для ОДУ. Пример неединственности решения задачи Коши.
2. Условия существования и единственности решения задачи Коши для системы ОДУ.
3. Условия непрерывной зависимости решения задачи Коши по начальным данным и

- параметрам, входящим в правые части системы уравнений.
4. Условия гладкости решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений.
 5. Вопросы общей теории линейных уравнений и систем (область существования решения, фундаментальная матрица решений однородного уравнения, функция Коши, формула Лиувилля-Остроградского, метод вариации постоянных и др.).
 6. Вопросы теории линейных краевых задач для ОДУ. Необходимые и достаточные условия однозначной разрешимости. функция Грина. Задача Штурма-Лиувилля для уравнения второго порядка.
 7. Периодическая краевая задача. Условия существования периодических решений.
 8. При каких условиях на коэффициент a , уравнение $x' + ax = f(t)$ для любой периодической функции $f(t)$, имеет единственное периодическое решение?
 9. При каких условиях на T - периодическую функцию $f(t)$ уравнение $x' = f(t)$ имеет T – периодическое решение? Какая из приведенных ниже двух функций удовлетворяет этим условиям: а) $f(t) = \cos^2 t$; б) $f(t) = \sin 2t$? Найдите это решение.
 10. Примеры нахождения функции Коши и функции Грина.
 11. Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы.
 12. Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению.
 13. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина, приложение к задачам быстрогодействия для линейных систем.
 14. Определить линейное оптимальное управление для системы

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2(t), \\ \dot{x}_2 &= -x_2(t) + U,\end{aligned}$$
 15. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши.
 16. Теория Гамильтона-Якоби.
- Задания для самостоятельной работы:**
1. Проработка конспектов лекций и вопросов, вынесенных на самостоятельное изучение основной и дополнительной литературы.
 2. Подготовка к докладу.
 3. Выполнение индивидуальных домашних заданий.

Раздел 2. Уравнения с частными производными

Лекция. Системы уравнений с частными производными типа Ковалевской. Аналитические решения. Теория Коши - Ковалевской. Классификация линейных уравнений второго порядка на плоскости. Характеристики. Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения. Свойства решений (характеристический конус, конечность скорости распространения волн, характер переднего и заднего фронтов волны и др.) Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.). Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная скорость распространения, функция источника и др.) Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье. Пространства Соболева W_p^m . Теоремы вложения, следы функций из W_p^m на границе области. Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Задачи на собственные функции и собственные значения. Псевдо дифференциальные операторы (определение, основные свойства). Нелинейные гиперболические уравнения. Основные свойства. Монотонные нелинейные эллиптические уравнения. Основные свойства. Монотонные нелинейные параболические уравнения. Основные свойства.

Практическое занятие.

1. Докажите, что спектр дифференциального оператора является замкнутым множеством.
2. Докажите, что всякий самосопряженный оператор P , удовлетворяющий условию $P^2 = P$, есть оператор проектирования.
3. Найти собственные значения и собственные функции оператора $T = -\frac{d^2}{dx^2}$, с областью определения, состоящей из всех функций $f(x)$: $f(x), f'(x)$ – абсолютно непрерывны на $[0,1]$, $f(0) = f(\pi) = 0$, $\frac{d^2 f}{dx^2} \in L^2[0,2\pi]$.
4. Найти собственные значения и собственные функции оператора $T = -\frac{d^2}{dx^2}$, с областью определения, состоящей из всех функций $f(x)$: $f(x), f'(x)$ – абсолютно непрерывны на $[0,1]$, $f(0) = f(2\pi) = 0$, $f'(0) = f'(2\pi)$, $\frac{d^2 f}{dx^2} \in L^2[0,2\pi]$.
5. Системы уравнений с частными производными типа Ковалевской. Аналитические решения. Теория Коши - Ковалевской.
6. Классификация линейных уравнений второго порядка на плоскости. Характеристики.
7. Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения. Свойства решений (характеристический конус, конечность скорости распространения волн, характер переднего и заднего фронтов волны и др.) Примеры решения волнового уравнения.
8. Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.). Примеры.
9. Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная скорость распространения, функция источника и др.)
10. Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье.
11. Пространства Соболева W_p^m . Теоремы вложения, следы функций из W_p^m на границе области.
12. Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка.
13. Задачи на собственные функции и собственные значения. Псевдо дифференциальные операторы (определение, основные свойства).

Задания для самостоятельной работы

1. Проработка конспектов лекций и вопросов, вынесенных на самостоятельное изучение основной и дополнительной литературы.
2. Подготовка к докладу.
3. Выполнение индивидуальных домашних заданий.

4. Контроль знаний обучающихся

4.1 Формы текущего контроля работы аспирантов: доклад на семинаре, контрольная работа.

4.2 Задания текущего контроля

Темы докладов на семинаре

Тема 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

1. Устойчивость, ограниченность и асимптотическое поведение решений линейных систем.
2. Существование и единственность решений нелинейных систем.
3. Устойчивость решений нелинейных дифференциальных уравнений.
4. Асимптотическое поведение решений некоторых нелинейных уравнений первого порядка.
5. Линейное дифференциальное уравнения второго порядка.
6. Уравнение Эмдена-Фаулера.

Тема 2. Уравнения с частными производными.

1. Методы теории потенциала.
2. Методы разложения по собственным функциям.
3. Методы интегральных преобразований.
4. Методы решения нелинейных уравнений.

Комплект заданий для контрольной работы

1. Даны уравнения состояния системы

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2(t), \\ \dot{x}_2 &= -2x_1(t) - 3x_2(t) + 2; \\ x_1(0) &= x_2(0) = 0.\end{aligned}$$

Найти решение уравнений состояния, записать выражение для переходной матрицы.

2. Заданы уравнения системы управлений

$$\begin{aligned}\dot{X} &= AX + BU \\ \dot{Y} &= CX + DU\end{aligned}$$
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Нарисовать структурную схему системы управления.

3. Задано уравнение системы управления

$$\begin{aligned}\dot{X} &= AX + BU, \quad Y = CX. \\ A &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

Определить управляемость и наблюдаемость системы.

4. Найти функцию, удовлетворяющую граничным условиям: при $t=0$ $x=0$, при $t=1$ $x(1)=1$ и минимизирующую функционал.

$$J = \int_0^1 \frac{1}{x^2(t) + 1} dt$$

Ответ: $x(t) = t$.

5. Определить линейное оптимальное управление для системы

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2(t), \\ \dot{x}_2 &= -x_2(t) + U,\end{aligned}$$

принимая во внимание показатель качества

$$J = \int_0^\infty \left(x_1^2(t) + x_2^2(t) + \frac{1}{9} U(t)^2 \right) dt$$

и граничные условия $x(0) = x_0$, $x(\infty) = 0$.

Ответ: $U = -2.00x_1 - 1.83x_2$.

Комплект заданий для индивидуальных домашних заданий

1. Дана система $X' = A \cdot X$, где $A = \begin{pmatrix} 4 & -10 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$. Найти:

- (а) жорданову форму;
- (б) матрицу перехода М;

(в) матрицу A_1 для системы $X' = A_1 \cdot X$, получающейся из исходной после ее поворота на угол $-\frac{\pi}{2}$.

2. Дана система $\begin{cases} x' = x^2 - y^2 \\ y' = xy - 1 \end{cases}$. Найти неподвижные точки и определить их тип.

3. Определить, как меняются главные направления (директрисы) седловой точки $(0;0)$ нелинейной системы $\begin{cases} x' = -x + x^2 \\ y' = x + y \end{cases}$ по отношению к ее линеаризации.

4. Исследовать дифференциальное уравнение $x' = -x + \beta \tanh x$. Найти бифуркационное значение, построить диаграмму и определить тип бифуркации.

5. Исследовать систему $\begin{cases} x' = -2x + y \\ y' = \mu + x^2 - y \end{cases}$. Найти и определить тип бифуркации. Нарисовать бифуркационную диаграмму.

6. Построить фазовый портрет и определить тип бифуркации при $\mu = 0$ для системы $\begin{cases} x' = \mu x - y + xy^2 \\ y' = x + \mu y - x^2 \end{cases}$.

7. Рассмотреть модель $\begin{cases} x' = x(x(1-x) - y) \\ y' = y(x-a) \end{cases}$, где $x \geq 0$ - популяция жертв, $y \geq 0$ - популяция хищников и $a \geq 0$ - параметр. Найти и классифицировать неподвижные точки системы. Определить бифуркационное значение и тип бифуркации.

8. Определить бифуркационное значение и тип бифуркации для системы

$$\begin{cases} x' = \mu x + y + \sin x \\ y' = x - y \end{cases}$$

в начале координат. Построить фазовые портреты для значений μ в окрестности μ_0 .

9. Используя функцию Ляпунова, показать, что система $\begin{cases} x' = -x + 2y^3 - 2y^4 \\ y' = -x - y + xy \end{cases}$ не имеет предельных циклов.

10. Найти периодические решения системы $\begin{cases} x' = -x - y + x(x^2 + 2y^2) \\ y' = x - y + y(x^2 + 2y^2) \end{cases}$.

11. Рассмотреть систему $\begin{cases} x' = \mu(y - F(x)) \\ y' = -\frac{x}{\mu} \end{cases}$, где $F(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq -1, \\ -x, & |x| \leq 1, \\ x-2, & x \geq 1. \end{cases}$ Имеются ли у этой

системы периодические решения? Построить фазовый портрет.

12. Рассмотреть систему $\begin{cases} x' = -4x + y^3 \\ y' = -3x - y + y^3 \end{cases}$. Найти неподвижные точки и классифицировать их. Найти инвариантные линии. Построить фазовый портрет.

13. Для уравнения $x' = x - \mu x(1-x)$:

- (а) найти неподвижные точки и их характер;
- (б) найти бифуркационное значение и тип бифуркации;
- (в) построить бифуркационную диаграмму.

14. Доказать наличие предельного цикла у системы $\begin{cases} x' = -\mu y + x(1 - x^2 - y^2) \\ y' = \mu x + y(1 - x^2 - y^2) \end{cases}$ и построить ее фазовый портрет.

15. Найти положительно инвариантное множество для системы $\begin{cases} x' = x(y^2 - x) \\ y' = -y(y^2 - x) \end{cases}$ и построить ее фазовый портрет.

4.3 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме кандидатского экзамена.

Вопросы экзамена

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения.
3. Общая теория линейных уравнений и систем (область существования решения, фундаментальная матрица Коши, формула Лиувилля–Остроградского, метод вариации постоянных и др.).
4. Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы.
5. Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению.
6. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина (без доказательства), приложение к задачам быстрого действия для линейных систем.
7. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.
8. Задача Штурма–Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций.
9. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант.
10. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори.
11. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона–Якоби.
12. Системы уравнений с частными производными типа Ковалевской. Аналитические решения. Теория Коши – Ковалевской.
13. Классификация линейных уравнений второго порядка на плоскости. Характеристики.
14. Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения. Свойства решений (характеристический конус, конечность скорости распространения волн, характер переднего и заднего фронтов волны и др.).
15. Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.).
16. Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная скорость распространения, функция источника и др.).
17. Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье.
18. Пространства Соболева W_p^m . Теоремы вложения, следы функций из W_p^m на границе области.
19. Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка.

Задачи на собственные функции и собственные значения.

20. Псевдо дифференциальные операторы (определение, основные свойства).
21. Нелинейные гиперболические уравнения. Основные свойства.
22. Монотонные нелинейные эллиптические уравнения. Основные свойства.
23. Монотонные нелинейные параболические уравнения. Основные свойства.
24. Абстрактные топологические динамические системы: определение, основные свойства, различные классы движений в динамических системах.
25. Пределные свойства динамических систем: предельные точки и множества, инвариантность.
26. Минимальность множества и рекуррентные движения. Теоремы Биркгофа.
27. Почти периодические движения. Устойчивость по Ляпунову. Теоремы Маркова.
28. Почти периодические и рекуррентные функции. Основные свойства. Теорема Бохнера. Динамическая система сдвигов.

Задания для экзамена

1. Построить пример функции $f(x), x \in Q$ (Q – компакт), такой, что $f(x) \in L_p(Q), \forall p \leq 1$, но $f(x) \notin L_\infty(Q)$.
2. Показать отсутствие вложения $L_2(\partial Q) \subset H^1(Q)$.
3. Найти норму $\|f(x)\|_{H^1(Q)}$, если $f(x) = |x|, Q = \{x \in \mathbb{R}^2: |x| < 1\}$.
4. Докажите, что открытый шар в метрическом пространстве есть открытое множество, замкнутый шар – замкнутое множество.
5. Докажите, что замыкание открытого шара в метрическом пространстве содержится в замкнутом шаре, но может с ним не совпадать.
6. Пусть A – интегральный оператор Вольтерра

$$Ax(t) = \int_a^t K(t,s)x(s)ds$$

$K(t,s)$ – непрерывно. Доказать, что существует такое число m , что A^m является сжимающим отображением в $C[a,b]$, и, значит, для интегрального уравнения Вольтерра второго рода справедлива теорема существования и единственности решения.

7. В множестве непрерывных на $[a,b]$ функций введем метрику по правилу:

$$\rho_\beta(x,y) = \max_{t \in [a,b]} |x(t) - y(t)| e^{-\beta t}$$

Докажите, что при достаточно больших β интегральный оператор Вольтерра

$$Ax(t) = \int_a^t K(t,s)x(s)ds$$

является сжимающим относительно метрики ρ_β .

8. Пусть функция $f(x)$ определена и непрерывна в некоторой области $G \subset \mathbb{R}^2$, содержащей точку (x_0, y_0) , и удовлетворяет в этой точке условию Липшица по y : $|f(x, y_1) - f(x, y_2)| \leq M|y_1 - y_2|$. Доказать, что на некотором сегменте $|x - x_0| \leq d$ существует, и притом только одно, решение $y = \varphi(x)$ задачи Коши: $y' = f(x, y), y(x_0) = y_0$.
9. Докажите, что если C – выпуклое множество, то для любой конечной граничной точки C существует опорная к C гиперплоскость, проходящая через эту точку.
10. Докажите, что поточечная верхняя грань семейства полунепрерывных снизу функций будет полунепрерывной снизу.
11. Вычислить опорную функцию единичного куба с центром в начале координат.

12. Найти приближенное представление решения $x(t, \varepsilon)$ задачи Коши по степеням малого параметра до ε^2 включительно:
 $x' = -3x^2 + 2\varepsilon t, \quad x(1) = 1 + \varepsilon.$
13. Найти приближенное представление решения $x(t, \varepsilon)$ задачи Коши по степеням малого параметра до ε^2 включительно:
 $x' = \frac{2}{x} - 5\varepsilon t, \quad x(1) = 2.$
14. Докажите, что спектр дифференциального оператора является замкнутым множеством.
15. Докажите, что всякий самосопряженный оператор P , удовлетворяющий условию $P^2 = P$, есть оператор проектирования.
16. Найти собственные значения и собственные функции оператора $T = -\frac{d^2}{dx^2}$, с областью определения, состоящей из всех функций $f(x)$: $f(x), f'(x)$ — абсолютно непрерывны на $[0, 1]$, $f(0) = f(\pi) = 0$, $\frac{d^2 f}{dx^2} \in L^2[0, 2\pi]$.
17. Найти собственные значения и собственные функции оператора $T = -\frac{d^2}{dx^2}$, с областью определения, состоящей из всех функций $f(x)$: $f(x), f'(x)$ — абсолютно непрерывны на $[0, 1]$, $f(0) = f(2\pi) = 0$, $f'(0) = f'(2\pi)$, $\frac{d^2 f}{dx^2} \in L^2[0, 2\pi]$.

4.4 Шкала оценивания промежуточной аттестации

Оценка	Основные показатели достижения результата
«отлично»	Сформированные систематические представления о современном состоянии и тенденциях развития теории дифференциальных уравнений и математической физики. Сформированные систематические представления о принципах исследования дифференциальных уравнений и задач математической физики. Сформированные систематические представления об актуальных вопросах и нерешенных задачах в области дифференциальных уравнений и математической физики. Сформированные систематические представления об областях применения дифференциальных уравнений.
	Сформированное умение поиска (выбора) решений различных типов дифференциальных уравнений и задач математической физики. Сформированное умение применять современные методы решения и исследования дифференциальных уравнений и задач математической физики.
	Успешное и систематическое владение навыками выбора и использования эффективных методов решения задач различной сложности в области дифференциальных уравнений и математической физики. Успешное и систематическое владение навыками выбора подходящих методов решения теоретических и прикладных задач, приводящих к дифференциальным уравнениям.
«хорошо»	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления о современном состоянии и тенденциях развития теории дифференциальных уравнений и математической физики. Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления о принципах исследования дифференциальных

Оценка	Основные показатели достижения результата
	<p>уравнений и задач математической физики. Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об актуальных вопросах и нерешенных задачах в области дифференциальных уравнений и математической физики. Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об областях применения дифференциальных уравнений.</p> <p>В целом хорошее, но содержащее отдельные пробелы умение поиска (выбора) решений различных типов дифференциальных уравнений и задач математической физики. В целом хорошее, но содержащее отдельные пробелы умение применять современные методы решения и исследования дифференциальных уравнений и задач математической физики.</p> <p>В целом хорошее, но содержащее отдельные пробелы владение навыками выбора и использования эффективных методов решения задач различной сложности в области дифференциальных уравнений и математической физики. В целом хорошее, но содержащее отдельные пробелы владение навыками выбора подходящих методов решения теоретических и прикладных задач, приводящих к дифференциальным уравнениям.</p>
«удовлетворительно»	<p>Неполные представления о современном состоянии и тенденциях развития теории дифференциальных уравнений и математической физики. Неполные представления о принципах исследования дифференциальных уравнений и задач математической физики. Неполные представления об основных актуальных вопросах и нерешенных задачах в области дифференциальных уравнений и математической физики. Неполные представления об областях применения дифференциальных уравнений.</p> <p>В целом успешное, но не систематически осуществляемое умение поиска (выбора) решений различных типов дифференциальных уравнений и задач математической физики. В целом успешное, но не систематически осуществляемое умение применять современные методы решения и исследования дифференциальных уравнений и задач математической физики.</p> <p>В целом успешное, но не систематическое владение навыками выбора и использования эффективных методов решения задач различной сложности в области дифференциальных уравнений и математической физики. В целом успешное, но не систематическое владение навыками выбора подходящих методов решения теоретических и прикладных задач, приводящих к дифференциальным уравнениям.</p>
«неудовлетворительно»	<p>Фрагментарные представления о современном состоянии и тенденциях развития теории дифференциальных уравнений и математической физики. Фрагментарные представления о принципах исследования</p>

Оценка	Основные показатели достижения результата
	дифференциальных уравнений и задач математической физики. Фрагментарные представления об основных актуальных вопросах и нерешенных задачах в области дифференциальных уравнений и математической физики. Фрагментарные представления об областях применения дифференциальных уравнений.
	Частично освоенное умение поиска (выбора) решений различных типов дифференциальных уравнений и задач математической физики. Частично освоенное умение применять современные методы решения и исследования дифференциальных уравнений и задач математической физики.
	Фрагментарное владение навыками выбора и использования эффективных методов решения задач различной сложности в области дифференциальных уравнений и математической физики. Фрагментарное владение навыками выбора подходящих методов решения теоретических и прикладных задач, приводящих к дифференциальным уравнениям.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература:

1. Хеннер, В.К. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений [Текст] : учеб. пособие / В.К. Хеннер, Т.С. Белозерова, М.В. Хеннер. Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2017. 318 с. ISBN 978-5-8114-2592-1.
2. Шубин, М.А. Лекции об уравнениях математической физики [Текст] / М.А. Шубин. 2-е изд., испр. М. : МЦНМО, 2003. 302 с. ISBN 5-900916-97-9 : 235.18.
3. Жуковский, Е.С. Линейные эволюционные функционально-дифференциальные уравнения в банаховом пространстве [Текст] : Монография / Е.С. Жуковский ; Тамб. гос. ун-т им.Г.Р.Державина .— Тамбов : Изд-во ТГУ, 2003 .— 148 с. — ISBN 5-89016-078-8 : 40.88.

5.2 Дополнительная литература:

1. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.: Наука, 2006.
2. Трикоми Ф. Дифференциальные уравнения. М.: Наука; 2009.
3. Немыцкий В.В., Степанов В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений. М.: Физматлит, 2009. 550 с.
4. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука, 2007. 472 с.
5. Тихонов А. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 2005.
6. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Наука, 2010.
7. Мартинсон Л.К., Малов Ю.И. Дифференциальные уравнения математической физики. М.: Издательство МГТУ им. Баумана, 2006.

5.3 Иные источники:

1. Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. М.: Наука, 2009.

2. Пикулин В.П., Похожаев СИ. Практический курс по уравнениям математической физики. М.: Наука, 2005.
3. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 2008. (и другие издания).
4. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкrellидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 2007. (и другие издания).
5. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 2007. (и другие издания).
6. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 2010.
7. Каток А.Б., Хасселблат Б. Введение в современную теория динамических систем. М.: Изд-во «Факториал», 2009. 768 с.
8. Левитан Б.М., Жиков В.В. Почти-периодические функции и дифференциальные уравнения. Изд-во МГУ, 2008. 204 с.
9. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 2011.
10. Шубин М.А. Псевдо дифференциальные операторы и спектральная теория. М.: Наука, 2008.
11. Аносов Д.В., Арансон С.Х., Арнольд В.И., Бронштейн И.У., Гринес В.З., Ильяшенко Ю.С. Динамические системы – 1 // Итоги науки и техники. Серия «Современные проблемы математики. Фундаментальные направления». Т. 1. М.: Изд-во ВИНТИ АН СССР, 1985. 244 с.

6. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Для проведения занятий по дисциплине необходимо следующее материально-техническое обеспечение: помещения для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещения для самостоятельной работы.

Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования, обеспечивающие тематические иллюстрации (проектор, ноутбук, экран/ интерактивная доска).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Электронная информационно-образовательная среда

<http://moodle.tsutmb.ru>

Взаимодействие преподавателя и аспиранта в процессе освоения дисциплины осуществляется посредством мультимедийных, гипертекстовых, сетевых, телекоммуникационных технологий, используемых в электронной информационно-образовательной среде университета.

Лицензионное программное обеспечение:

Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – Стандартный Russian Edition. 1500-2499 Node 1 year Educational Renewal Licence
Microsoft Office Профессиональный плюс 2007

Информационные справочные системы и профессиональные базы данных:

ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	http://www.biblioclub.ru
---	---

ЭБС «Консультант студента»: Медицина. Здравоохранение, Комплект Гуманитарные науки	http://www.studentlibrary.ru
ЭБС «IPRSMART» (старое название « IPR books»)	http://iprbookshop.ru
ЭБС «Юрайт»	http://www.urait.ru
Сетевая электронная библиотека педагогических вузов	https://e.lanbook.com/
Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU	http://elibrary.ru
Государственная информационная система «Национальная электронная библиотека»	https://нэб.пф
Президентская библиотека имени Б.Н. Ельцина	http://www.prilib.ru
Электронный справочник «Информιο»	www.informio.ru
Справочная правовая система «Консультант Плюс»	http://www.consultant.ru
Архив научных журналов зарубежных издательств	https://arch.neicon.ru